

№2.

$$a^{13} \cdot b^{31} = 6^{2015}$$

1) $6^{2015} = 2^{2015} \cdot 3^{2015}$, по свойству степени $(ab)^n = a^n \cdot b^n$

2) также по свойству степени $(a^m)^n = a^{m \cdot n} \Rightarrow m = \frac{m \cdot n}{n}$

можно подобрать такие числа, что $(2^m)^{13} = 2^{2015}$

$$(3^{m_2})^{31} = 3^{2015} \Rightarrow 3) m_1 = \frac{2015}{13} = 155$$

$$m_2 = \frac{2015}{31} = 65$$

2015	31	2015	13
186	165	13	1155
155		71	
155		65	
0		0	

$$\Rightarrow (2^{155})^{13} \cdot (3^{65})^{31} = 2^{2015} \cdot 3^{2015} = 6^{2015}$$

Ответ: если $a = 2^{155}$, $b = 3^{65}$, то $a^{13} \cdot b^{31} = 6^{2015}$

№1.

Пусть x - цена одного кв. м до начала лета, а y - ^{цена} двухкв. м. кв. м до начала лета.

Шаги $1,21x$ - цена одного кв. м после лета; $1,11y$ - цена двухкв. м. кв. м после лета

$(x+y)$ - суммарн. стоим. до начала лета; $1,15x + 1,15y$ - суммарн. стоим. в конце лета

$$\Rightarrow 1,15x + 1,15y = 1,21x + 1,11y$$

$$0,06x = 0,04y \Leftrightarrow 6x = 4y \Leftrightarrow y = 1,5x$$

Ответ: В 1,5 раза дороже после летнего периода.

№3.

$$S_{2015} = \frac{2015+1}{2} \cdot 2015 = 1008 \cdot 2015 = 2031120$$

[$5 \times 8 = 40$, \Rightarrow произвед. ок. на 0]

2015	2019
$\times 1008$	$\times 1010$
16120	2019
2015	2019
2031120	2039190

$$S_{2019} = \frac{2019+1}{2} \cdot 2019 = 1010 \cdot 2019 = 2039190$$

[$9 \times 0 = 0$, \Rightarrow произвед. ок. на 0]

\Rightarrow Ответ: может

№4

$$\frac{1}{x+a} + \frac{1}{x+b} = \frac{1}{c}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+a+x+b}{(x+a)(x+b)} = \frac{1}{c}$$

$$\Leftrightarrow 2cx + ac + bc = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$x^2 + (a+b-2c)x + (ab-ac-bc) = 0$$

отсюда: $a \neq -x$; $b \neq -x$; $c \neq 0$; $x \in \mathbb{Z}$; $a, b, c \in \mathbb{N}$.

для того, чтобы $x \in \mathbb{Z}$, надо чтобы \sqrt{D} было бы целое число. ($\sqrt{D} \in \mathbb{N}$, м.б. $a, b, c \in \mathbb{N}$).

$$D = (a+b-2c)^2 - 4ab + 4ac + 4bc = a^2 + 2ab - 4ac + (b-2c)^2 - 4ab + 4ac + 4bc = a^2 - 2ab + 4bc + b^2 - 4bc + 4c^2 = a^2 - 2ab + b^2 + 4c^2 = (a-b)^2 + 4c^2 \Rightarrow \text{путем подбора } \begin{matrix} a=6 \\ b=3 \\ c=2 \end{matrix} \Rightarrow D = (6-3)^2 + 4 \cdot 2^2 = 16 + 16 = 32$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2c - a - b \pm \sqrt{5^2}}{2} = \frac{4 - 3 - 6 \pm 5}{2} = \frac{-5 \pm 5}{2} = 0; -5;$$

(или $b=6, a=3$)

Ответ: $x_{1,2} = 0; -5$, при $a=6$, $b=3$, $c=2$;

Вообще уравнение имеет целые корни при $c \in \mathbb{N}$; $a=3c, b=1,5c$, при этом $[a, b, c \in \mathbb{N}]$

при этом c, a и b могут менять местами ($a=1,5c, b=3c$), и отсюда корни уравн. = 0.

№5.

Дано: ABCDA₁B₁C₁D₁ - куб; AX:XB=1:2

Пусть найти: CY:YC₁, A₁Z:ZD₁, чтобы ΔXYZ - равностор.

куб со сторонами 3 ед. =>

1) $X(3; 1; 0)$ и X определена из $\overline{DA} + \overline{AX} = \overline{DX}$

=> Y можно найти как $\overline{DC} + \overline{CY} = \overline{DY}$

* и Z можно найти как $\overline{DD_1} + \overline{D_1Z} = \overline{DZ}$

и чтобы ΔXYZ был равносторонним, надо $\overline{DX} = \overline{DY} = \overline{DZ}$

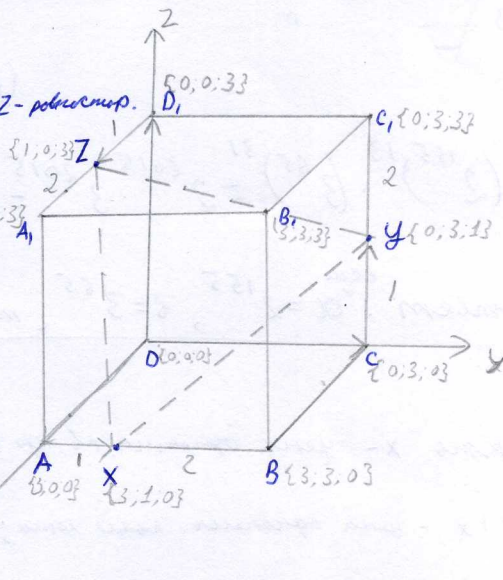
=> $Y(0; 3; 1), Z(1; 0; 3)$.

=> ΔXYZ равносторонний, т.к. $|\overline{XY}| = \sqrt{9+4+1} = |\overline{XZ}| = \sqrt{4+1+9} = |\overline{ZY}| = \sqrt{1+9+4} = \sqrt{14}$ е.д.

(или по формуле $|\overline{MM_1}| = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2 + (z_2-z_1)^2}$)

=> $CY:YC_1 = 1:2, A_1Z:ZD_1 = 2:1$

Ответ: $CY:YC_1 = 1:2, A_1Z:ZD_1 = 2:1$ (или $D_1Z:ZA_1 = 1:2$).



75

76