202 – 11 – 10

35б

Задача № 10.1

Ближайший к 2018 палиндром – это 2002, но тогда второе слагаемое равно 2018 – 2002 = 16 – это не палиндром. Значит, у первого палиндрома в тысячах и единицах цифра 1. Тогда у второго палиндрома в единицах 8 – 1 = 7, значит, и в сотнях 7. Это возможно, когда первый палиндром равен 1221, а второй – 797. 1221 + 797 = 2018.

7б

Ответ: 2018 = 1221 + 797.

Задача 10.3

7б

$ax^2 + bx + c = 0$

$D = b^2 - 4ac = 23$

$b^2 - 23 = 4ac$ | отнимем 2 от обеих частей

$b^2 - 25 = 4ac - 2$

$(b-5)(b+5) = 2(2ac-1)$

Правая часть равенства делится на 2 (так как один из множителей – 2). Множитель $(2ac-1)$ не делится на 2 (так как разность чётного и нечётного чисел – нечётное число). Значит, правая часть делится на 2, но не делится на 4.

В левой части множители обладают одинаковой чётностью (если b – чётное, то $(b-5)$ и $(b+5)$ – нечётные; если b – нечётное, то $(b-5)$ и $(b+5)$ – чётные).

Так как правая часть делится на 2, то левая тоже делится на 2, т.е. чётная. Тогда оба множителя: $(b-5)$ и $(b+5)$, делятся на 2, а их произведение делится на 4.

Левая часть равенства делится на 4, а правая нет – противоречие. Значит, равенство не может быть верно. =>

Дискриминант уравнения не может быть равен 23.

Ответ: нет, нельзя

Задачи 10.4 7б

x_1 x_2

Пусть x_1(км) - часть пути до обмена шинами передних и задних колёс, x_2(км) - часть пути после обмена шинами. Тогда:

$\frac{x_1}{10000}$ - изношенность передних колёс до обмена шинами,

$\frac{x_2}{15000}$ - изношенность передних колёс после обмена шинами,

$\frac{x_1}{15000}$ - изношенность задних колёс до обмена шинами,

$\frac{x_2}{10000}$ - изношенность задних колёс после обмена шинами.

Так как шин должно хватить на весь путь, то сумма изношенности за весь путь у передних и задних колёс равна 1.

$$\begin{cases} \frac{x_1}{10000} + \frac{x_2}{15000} = 1 & | \cdot 30\,000 \\ \frac{x_1}{15000} + \frac{x_2}{10000} = 1 & | \cdot 30\,000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 30\,000 \\ 2x_1 + 3x_2 = 30\,000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{30\,000 - 2x_2}{3} \\ 2 \cdot \frac{30\,000 - 2x_2}{3} + 3x_2 = 30\,000 \quad | \cdot 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{30\,000 - 2x_2}{3} \\ 60000 - 4x_2 + 9x_2 = 90\,000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{30\,000 - 2x_2}{3} \\ 5x_2 = 30\,000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{30\,000 - 2x_2}{3} \\ x_2 = 6000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 6000 \\ x_2 = 6000 \end{cases}$$

Путь до смены шин равен 6000 км, путь после смены шин равен 6000 км. Тогда общий путь равен 6000 км + 6000 км = 12000 км

Ответ: 12000 км

Задача 10.5

Найдём кол-во вариантов составления первых 2-х цифр:

1 и 0...8 (9 вариантов)

2 и 0...7 (8 вариантов)

3 и 0...6 (7 вариантов)

4 и 0...5 (6 вариантов)

5 и 0...4 (5 вариантов)

6 и 0...3 (4 варианта)

202 - 11 - 10 (2-ой лист)

Задача 10.5 (продолжение)

7 и 0...2 (3 варианта)
8 и 0,1 (2 варианта)
9 и 0 (1 вариант)

7б

Общее число вариантов, какими могут быть первые 2 цифры:
$9+8+7+6+5+4+3+2+1 = 45$ вариантов.

Найдём число вариантов, какими могут быть последние 3 цифры:

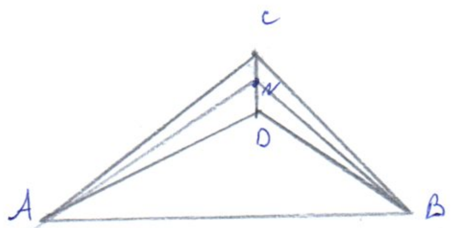
1) 000
2) 001
3) 010
4) 100
5) 011
6) 101
7) 110
8) 002
9) 020
10) 200

$\Rightarrow$ 10 вариантов.

По правилу произведения кол-во вариантов составления нужного 5-значного числа равно $45 \cdot 10 = 450$ вариантов.
$450 > 365 \Rightarrow$ нужных 5-значных чисел больше, чем дней в году, значит, Петя может ходить в клуб больше года #.

Задача 10.2

7б



Дано:
10 точек, которые образуют только тупоугольные Δ

Возможно ли это?

Решение

1) Построим тупоугольный Δ ABC, где $\angle C$ - тупой.
2) Ниже т. C, но выше отрезка AB поставим т. D так, чтобы углы CDA, ADB и CDB были тупыми. Тогда т. D является вершиной 3 тупоугольных Δ ACD, CBD и ADB.
3) На отрезке CD поставим т. N. С точками C и D она образует Δ, у которого 1 угол равен $180°$, значит, он тупоугольный. С остальными точками т. N также образует тупоугольные Δ (так как 1 угол в них обязательно оказывается тупым)
4) Оставшиеся 5 точек расположим на отрезке CD, тогда они будут образовывать с другими точками только тупоугольные Δ точно так же, как т. N.

Тогда 10 точек являются вершинами только тупоугольных треугольников. Значит, можно на плоскости отметить 10 точек, чтобы они были вершинами тупоугольных Δ.

Ответ: да, можно